



TITLE:

純粋消費ローンモデルと世代間所得再分配

AUTHOR(S):

矢野, 秀利

CITATION:

矢野, 秀利. 純粋消費ローンモデルと世代間所得再分配. 経済論叢 1977, 119(4-5): 274-287

ISSUE DATE:

1977-04

URL:

<https://doi.org/10.14989/133692>

RIGHT:

經濟論叢

第119卷 第4・5号

マクロ均衡と期待	瀬地山 敏	1
ホップズの初期論説「トゥキェディデース の生涯と歴史」について	田中 秀夫	20
資本制生産様式と 人間自然・土地自然との関係	梅垣 邦胤	41
純粹消費ローンモデルと世代間所得再分配	矢野 秀利	60
独占資本主義下の恐慌（循環）の問題	洵上 勇次郎	74

昭和52年 4・5 月

京都大學經濟學會

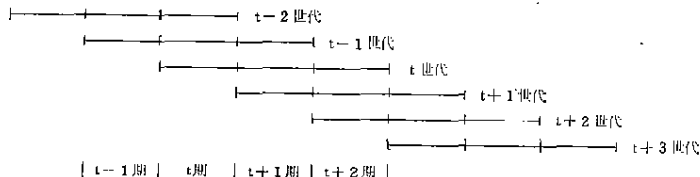
純粹消費ローンモデルと世代間所得再分配

矢 野 秀 利

I 序

フィッシャー、ベーム・バベルク流の利子理論の問題に、人口成長率要因という新しい視点を導入したサミュエルソンの純粹消費ローンモデル (a pure consumption loan model)¹⁾ は、一方においてライフサイクル型経済モデルの発展の基礎となり、他方では「生物学的利子理論 (a biological theory of interest)」と要約される如くに、利子論に動態的要因として人口成長率を組込むことによって、利子論に新しい議論を誘発してきた。サミュエルソンの分析は、単純化された経済²⁾ を前提として、次の二つの定理で整理される結論を導いている。

- 1) 利子論においては、従来、消費利子の問題と生産利子の問題が併存していた。前者は、時差などで財の時間的配分を説明しようとして、その結果利子の発生を考えたが、後者は財の時間的配分を可能ならしめる生産の構造あるいは生産期間との関連で利子を説明しようとする立場である。消費利子は従属的なものとして軽視されてきたが、生物学的利子率は、消費利子の理論に人口要因を導入することによって、消費利子の側面を再考していると考えられる。高田保馬(8)を参照。また、サミュエルソン[6]においては、利子の消費面からの説明と生産面からの説明を一般均衡論的に統合し、消費面の最適条件として生物学的利子率、生産面の最適条件を生産の黄金律と呼んで、両者が同時に成立するときを Double-Golden Turnpike としている。
- 2) サミュエルソン[5]の考えた世界は、消費財だけであり、世代交錯は下図のごとくである。



各世代は各自の選好極大を行っているが、任意の期を上図において縦にとると、その時に社会全体の最適性が保証されることは稀有であろうというのが基本的問題意識である。ただし、この最

定理 1

消費ローン経済は人口成長率に等しい均衡市場利子率を長期均衡利子率の一つとして持つ。この均衡利子率を生物学的利子率と呼ぶ。

定理 2

生物学的利子率は競争的な「消費ローン」市場³⁾を通じて実現することが不可能である。

これらの定理について、サミュエルソンは生物学的利子率の実現のためには、市場経済への政策的介入が必要であると述べている。実現の方法として何らかの社会的強制あるいは社会的契約を提言している⁴⁾。

さらに、キャス＝ヤーリ (Cass & Yaari) は、二期間世代交錯経済⁵⁾においては、消費の黄金律 (golden rule of consumption)⁶⁾ に対応するこの生物学的利子率の成立の不可能性を全面的に支持している。

しかし、彼らは三期間世代交錯経済では、生物学的利子率が実現できるかもしれないと示唆している。すなわち、第一期目に教育等を受けて稼得のない借金状態であり、第二期目は労働によって所得を得て、第一期目の借金を返済し、かつ、第三期目の引退後の生活維持のため貯蓄をして第三期目の引退後の生活を送くという経済を想定した場合には、サミュエルソンの言う生物学的利子率は、ある環境⁷⁾ で達成可能であろうと述べている。彼らの分析は明確な定式化はされなかったが、一つの分析方向を暗示している。つまり、三期間世代交

ゝ適性については、各世代の代表的個人の選好関数の和をとるか、それとも、各世代の人口を選好関数に加重した和をとるかでサミュエルソンとラーナーの間に議論がある。ラーナー[4]を参照。

3) 消費ローン市場を通じて、異なる世代間の消費財の貸借がなされる。そこで成立する交換指標がわれわれの問題とする利子率である。

4) 純粋消費ローンモデルでは、その期をこえて財を持ちこすことは不可能、つまり耐久財がないので、世代間取引を行うために貨幣等の証書を発行する必要がある。サミュエルソンの説明では、政策当局者が適切にこの貨幣を社会に供給してやればよいとしている。その他の方法としては、強制的に課税等をすることも提案されている、サミュエルソン[5]、ゲール[2]、キャスニヤーリ[1]参照。

5) 二期間モデルは、前期に労働して説明に引退後の生活を送るようになっている。

6) キャスニヤーリ[1]、サミュエルソン[6]参照。

7) 特殊な時間選好率をもつことが想定されていると考えられる。キャスニヤーリ[1]参照。

錯経済では、生物学的利子率の成立の条件を、第一期目が借金状態であることに見出しているからである⁸⁾。この問題意識はその後、ゲール (Gale)⁹⁾ にも現われて整理されていく。ゲールの分類では、第一期目に稼得所得以上に消費をするか否かで、フィッシャー等の古典派とサミュエルソンとの差異が示されている。すなわち、第一期目に借金状態の場合つまり、過大消費のとき古典派的と呼び、反対に、第一期目が過小消費のときをサミュエルソンの場合として区別している¹⁰⁾。そして彼は古典派の世界では安定的であるが、サミュエルソンの世界は、定理2が成立して生物学的利子率は実現できないだろうと述べている。このゲールの分析は、われわれの分析で暗示的であるが検討される予定である。後でみるとおり、われわれは過大消費¹¹⁾になるように課税して生物学的利子率を成立させる政策をとるのであるが、これは課税という手段で古典派の世界の実現をさせることになる。

さて、以上の議論がサミュエルソンの理論を支持しながら、それを一層発展させる試みであるのに対して、本間¹²⁾はサミュエルソンの三期間世代交錯経済モデルに「時間選好」の概念を組込み、生物学的利子率を含む純粋消費ローンモデルの安定性を吟味して、サミュエルソンの不可能性定理に反して可能性定理を得ている。この本間の議論は次の二つに分けて整理することができる。

補助定理

サミュエルソンの消費ローン経済は動学的に安定であり、そこで成立する割引率¹³⁾は最大割引率に収束する。

定理3

8) われわれの記号で示すと、 $W_0 - C_1 < 0$ ということであり、われわれの分析では、課税によって W_0 を減少させることによって生物学的利子率を達成できる。必ずしも $W_0 - C_1 < 0$ である必要はない。

9) ゲール[2]の分析は n 期間モデルへと拡張されるが本質は変わらない。

10) $W_0 - C_1 > 0$ のとき過小消費と呼び反対の場合で過大消費と呼ぶ。ゲール[2]参照。

11) W_0 を減少させることである。つまり $W_0 - T$ という政策を行なうことである。

12) 本間[3]参照。

13) 世代間財取引の指標となっている利子率のことである。

消費単位の保有する「時間選好率」が「人口成長率」に比較して十分大きければ¹⁴⁾、完全予見を前提とした消費ローン経済において、「生物学的利子率」は競争的な市場を通じて「長期利子率」として実現する。

補助定理はサミュエルソンやゲールの安定性についての考えに対する反論であり、定理3を導くための基本的定理である。また、定理3からは、生物学的利子率が成立するか否かは、経済世界での時間選好率と人口成長率の大小比較によってのみ判定されることがわかる。サミュエルソンの場合は、時間選好率がゼロとして分析されているが、これは本間の分析の特殊ケースとして扱われることになる。つまり、サミュエルソンの理論に古典派的視点¹⁵⁾を結合させることによって、本間はサミュエルソンの不可能性定理の不十分性を指摘しているのである。また、本間の定定性分析とゲールおよびサミュエルソンのそれとの相違は、本間の場合は、世代間の財の交換がなされている任意時点での議論がされているのに対し、ゲールらは、経済世界の一番初めのアダムとイブの世界から想定しているという点にある。このことが、ゲールらが根源的世界では若い世代のみしか生存しないために他の世代との財の取引が不可能となり、その結果、経済が不安定になるであろうと推測した理由¹⁶⁾の根拠となっている。

さて、本稿の意図は、本間の補助定理をふまえながら、定理3と異なる視点から、何らかの政策によって生物学的利子率の成立の可能性を明らかにすることにある。つまり、定理3が、与えられた所得分配状況の中で、生物学的利子率の成立の条件を求めているのに対して、本稿では、サミュエルソン、キャスヤーリおよびゲールによって示唆された経済への政策介入で生物学的利子率の成立を可能とする政策規準を求めることが目的となる。具体的には、世代間所得再分配政策を実施することによって生物学的利子率の成立を可能にしようということである。政策の意義としては、生物学的利子率が成立すれば経

14) 数値例として付録に示している。

15) 時差の概念を考慮していることである。

16) 経済全体を出発点から問題にしている点にサミュエルソン、ゲールらの特徴がある。この点は新古典派の特徴ともいえる。

済全体は最適であるので、これを達成するために世代間所得再分配を行うということである。

以下、モデル提示してわれわれの分析をすすめて一つの政策命題を得る予定である。

II モデル

まず、消費ローンモデルをサミュエルソンに従って定式化しよう。最初に、モデルの仮定は次の通りである。

仮定 1

人口は每期 m の割合で幾何級数的に増加、静止、あるいは減少する。初期値は B_0 である。

仮定 2

各個人は「若年期」「中年期」および「老年期」の三期間生存して、その後確実に死亡する。

仮定 3

各個人は「現在」から「将来」にわたって利子率および所得の流列を完全に予知できる。

仮定 4

各個人は「若年期」に W_0 、そして「中年期」に W_1 の所得を得る¹⁷⁾。この所得は消費財として利用され耐久性はない¹⁸⁾。つまり、次期にもち越すことはできない。

仮定 5

各個人は同一の選好関数をもつ。それは、次の関数¹⁹⁾で代表される。

$$U = \sum_{i=0}^2 (1+\delta)^{-i} \log C_i(t+i) \quad (1)$$

17) 一般化するため、所得を W_0, W_1 とした。

18) 耐久財を含む場合はキャスニヤーリ[1]で分析されているが本質的な変更はない。

19) 簡単化のため対数関数にした。

ここで、 δ は時間選好率であり、 $C_i(t+i)$ ($i=0, 1, 2$) は t 期に誕生した世代 (これを第 t 世代と呼ぶことにする。) の若年期 ($i=0$)、中年期 ($i=1$)、老年期 ($i=2$) のそれぞれの消費量を示す。

以上の仮定のもとで消費ローンモデルを記述しよう。

まず、任意の第 t 世代の個人の予算制約式は仮定 3, 4 から、

$$C_0(t) + R_t C_1(t+1) + R_t R_{t+1} C_2(t+2) = W_0 + W_1 R_t \quad (2)$$

ただし、 R_t は t 期における割引率であり、 r_t を t 期の利子率とする、 $R_t = \frac{1}{1+r_t}$ で定義されている。

さて、(2)式の個人の予算制約を基礎に政策介入をすることにしよう。序で述べた如くに任意の t 世代と $t-1$ 世代の間の所得再分配を行うことにしよう。 t 世代の第一期目である若年期に T だけ課税して、 $t-1$ 世代の中年期にある人々に移転支出をする。 t 世代の人々は、自分たちが第二期目の中年期になったときに、 $t+1$ 世代の若年期の人々から所得の移転支出を受けとる。この場合に、人口は m の割合で成長しているので、一人当たりでは T の額を課税されるが、次期に $(1+m)T$ の移転所得を得る。そこで、政策を含む t 世代の個人の予算制約を新しく定式化すると、(2)式は

$$\begin{aligned} C_0(t) + R_t C_1(t+1) + R_t R_{t+1} C_2(t+2) \\ = W_0 - T + \{W_1 + (1+m)T\} R_t \end{aligned} \quad (3)$$

となる。 T は政策パラメーターである。

各個人は競争的に行動していると仮定しているので、個人は(3)の予算制約のもとで自らの選好関数(1)を極大化する。個人は $C_0(t)$, $C_1(t+1)$, $C_2(t+2)$ について(1)を極大化するので、一階の条件を整理すると、次のとおりになる。

$$\begin{aligned} R_t &= \beta \frac{C_0(t)}{C_1(t+1)} \\ R_t R_{t+1} &= \beta^2 \frac{C_0(t)}{C_2(t+2)} \end{aligned} \quad (4)$$

ただし、 β は主観的割引因子で時間選好率 δ から

$$\beta = \frac{1}{1+\delta} \quad (5)$$

と定義しよう。

(3), (4)式から t 世代の個人の各期の消費水準を求めると,

$$C_0(t) = \frac{1}{1+\beta+\beta^2} [W_0 - T + \{W_1 + (1+m)T\}R_t] \quad (6)$$

$$C_1(t+1) = \frac{\beta}{1+\beta+\beta^2} [W_0 - T + \{W_1 + (1+m)T\}R_t] \frac{1}{R_t} \quad (7)$$

$$C_2(t+2) = \frac{\beta^2}{1+\beta+\beta^2} [W_0 - T + \{W_1 + (1+m)T\}R_t] \frac{1}{R_t R_{t+1}} \quad (8)$$

(6)(7)(8)式と仮定4から, t 世代の個人の貯蓄は, 次式となる。

$$S_0(t) = W_0 - T - C_0(t) \quad (9)$$

$$S_1(t+1) = W_1 + (1+m)T - C_1(t+1) \quad (10)$$

$$S_2(t+2) = -C_2(t+2) \quad (11)$$

次に, 消費ローン市場に移ろう。任意の t 期には, $B_0(1+m)^t$ 人の t 世代の若年期の人々が各人 $C_0(t)$ の消費をし, $B_0(1+m)^{t-1}$ 人の $t-1$ 世代の中年期の人々が各人 $C_1(t)$ の消費をし, 同じく, $B_0(1+m)^{t-2}$ 人の $t-2$ 世代の老年期の各人が $C_2(t)$ の消費を行っている。そこで任意の t 期の各世代の個人の貯蓄は次のようになる。

$$S_0(t) = W_0 - T - C_0(t) \quad (12)$$

$$S_1(t) = W_1 + (1+m)T - C_1(t) \quad (13)$$

$$S_2(t) = -C_2(t) \quad (14)$$

各世代は, 消費ローン市場に消費財の貸し手あるいは, 借り手として登場するので, 任意の t 期の消費ローン市場の均衡式は,

$$B_0(1+m)^t S_0(t) + B_0(1+m)^{t-1} S_1(t) + B_0(1+m)^{t-2} S_2(t) = 0 \quad (t=0, 1, 2, \dots) \quad (15)$$

となる。(4)~(8), (12)(13)(14)式を使って, 整理すると²⁰⁾,

20) 数学付録I参照。

$$\begin{aligned}
 R_t = & \frac{(W_0 - T)(\beta + \beta^2)X}{W_1X + T} + X(1 + \beta^2) \\
 & - \frac{1}{R_{t-1}} \left[\frac{(W_0 - T)X^2\beta + X^2\beta^2}{W_1X + T} \right] \\
 & - \frac{X^3\beta^2}{R_{t-1}R_{t-2}} \left[\frac{W_0 - T}{W_1X + T} \right]
 \end{aligned} \tag{16}$$

ただし、 X は人口成長率 m から、

$$X = \frac{1}{1+m} \tag{17}$$

と定義されている。

(16)式は R の動学方程式であり、ここでこの方程式が長期均衡解の一つとして生物学的利子率を含んでいることをみておこう。すなわち、 $R_t = R_{t-1} = R_{t-2} \equiv \lambda$ とおくと、 $\lambda = X$ なる解をもつ。 $\lambda = \frac{1}{1+r}$ 、 $X = \frac{1}{1+m}$ なので、 $r = m$ となり、長期利子率＝人口成長率が成立して、サミュエルソンの言う定理 1 が確認される。

III 所得再分配政策の規準

(16)式の動学方程式は補助定理の安定性²¹⁾から $R_t = R_{t-1} = R_{t-2} \equiv \lambda$ とおいた固有方程式

$$\begin{aligned}
 f(\lambda) = & \lambda^3 - \left[\left(\frac{W_0 - T}{W_1X + T} \right) (\beta + \beta^2)X + X(1 + \beta^2)\lambda^2 \right] \\
 & + \left[\frac{W_0 - T}{W_1X + T} \beta X^2 + \beta^2 X^2 \right] \lambda \\
 & + \beta^2 X^3 \left[\frac{W_0 - T}{W_1X + T} \right] = 0
 \end{aligned} \tag{18}$$

において、三つの固有根は、それらのうちの最大固有根に収束することが明らかにされている。そこで、われわれの問題は、生物学的利子率の達成であるので、体系の最大固有根が、生物学的利子率に対応している割引率となっているような条件を求め、その条件を成立させている T の大きさを求めれば、われ

21) 数学付録 II 参照。

われの世代間所得再分配政策は成功する。つまり、この T の大きさが、再分配の規準である。その T を設定すれば、経済はいかなる点から出発しても生物学的利子率の成立している状態に収束していく。そして、最適な状態、すなわち、黄金律の状態となる。

以下、この T を求めていく。(18)式を因数分解すると

$$(\lambda - X) \left\{ \lambda^2 - \left[\left(\frac{W_0 - T}{W_1 X + T} \right) (\beta + \beta^2) X + \beta^2 X \right] \lambda - \left(\frac{W_0 - T}{W_1 X + T} \right) \beta^2 X^2 \right\} = 0 \quad (19)$$

解を求めると

$$\begin{aligned} \lambda_1 &= X \\ \lambda_2 &= Y_1 + Y_2 \\ \lambda_3 &= Y_1 - Y_2 \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \text{ただし, } Y_1 &= \frac{1}{2} \left[\left(\frac{W_0 - T}{W_1 X + T} \right) (\beta + \beta^2) X + \beta^2 X \right] \\ Y_2 &= \frac{1}{2} \sqrt{\left\{ \left(\frac{W_0 - T}{W_1 X + T} \right) (\beta + \beta^2) X + \beta^2 X \right\}^2 + 4 \left(\frac{W_0 - T}{W_1 X + T} \right) \beta^2 X^2} \end{aligned}$$

(20)式の固有根のうち、 λ_1 は生物学的利子率に対応し、他方、 $\lambda_2 > \lambda_3$ であるので、動学体系が生物学的利子率に収束するためには、次式が必要となる。つまり、

$$\lambda_1 \geq \lambda_2 \quad (21)$$

(21)式を満たす T の値を求めるため $X = \frac{1}{1+m}$, $\beta = \frac{1}{1+\delta}$ (20)式を(21)式に代入して²²⁾、解くと、

$$T \geq \frac{W_0(3+\delta) - \frac{W_1}{1+m}(2\delta+\delta^2)}{3+3\delta+\delta^2} \quad (22)$$

これが世代所得再分配の規準となる課税額である。つまり、任意の時点で、この条件を満たす税額で課税して、中年期の人々に移転するなら、体系は収束し

22) 数学付録Ⅲ参照。

て生物学的利子率の状態になっていく。このことは、時間選好率と人口成長率との関係によって生物学的利子率が成立するという定理3の成立のいかんにかかわらず可能となるのである。サミュエルソン自身の分析では、時間選好率 $=\delta=0$ であったが、この時は、定理3では生物学的利子率は成立しない²³⁾。しかし、いま、(22)式で $\delta=0$ とおくと、 $T \geq W_0$ という興味深い結果を得る。この意味することは、各個人が、生涯にわたって $(W_0, W_1, 0)$ の所得流れをもっているので、 $\delta=0$ の場合には、第一期目の所得を全て課税して、その税収を同期に生存する中年期の人々に与えていれば、生物学的利子率は成立するということである。具体的に述べると、第一期目は自らの消費を借入れでまかなうことを意味する。この条件は、序で紹介した種々の政策介入の示唆やキャッシュ＝ヤーリの想定した経済を検討したことになる。つまり、第一期目で教育等をうけて稼得がなく借金状態で、第二期目は労働によって所得を得て、第三期目は引退するというケースである。このことは、このように $\delta=0$ とおいても検証されるが、他に、(22)式で $W_0=0$ とおいても、少なくとも $T \geq 0$ となり、 $T \geq 0$ なる課税をしていれば、生物学的利子率は成立する。以上の分析から次の命題が成立する。

命 題

生物学的利子率は、ある任意の時点で世代間所得再分配政策を実施することによって、達成可能である。その政策規準は(22)式で示される。

この命題の意味するところは、サミュエルソンの不可能性定理は純粹消費ローン経済のケースを浮きぼりにしたものであるが、所得の分配状況を所与のものと考えずに、世代間再分配を実施したり、一期目の所得がゼロのケースを考えることにより、可能性定理になるという点にある。これは、本間の一般化された定理3とは独立²⁴⁾に、生物学的利子率が達成できることを意味する。

23) 付録参照。

24) 付録で数値例を示しているので参照。

IV 結 論

われわれはサミュエルソン、キャス＝ヤーリ、ゲールによる政策介入の問題意識をうけ継いで、本間の安定性の補助定理を基礎におき、世代間所得再分配政策の規準を導くことができた。われわれの命題は、ある任意の一時点で再分配を行なえば、その後、政策介入する必要はない。つまり、每期ごとに税額を操作して、生物学的利子率を達成する必要はない。しかし、このことと、一度限りの政策を現実に実行するのが望ましいかどうかと別問題である。サミュエルソンも最近の論文²⁵⁾で述べている如くに、一度限りの修正が必ずしも望しいとは言えない。何故なら、修正によって、一時的にある世代のみに大きい犠牲をしいることがあるからである。そのために、より現実的政策としては、 T を各期少しずつ増加していつて最終的に生物学的利子率を達成することも考えられる。このことについては、理論的にも、現実的にも検討の余地が残されている。

参 考 文 献

- [1] Cass, D & M, Yaari, "A Re-examination of Pure Consumption Loans Model," *Jour. Pol. Econ.*, August, 1966.
- [2] Gale, D, "Pure Exchange Equilibrium of Dynamic Model," *Jour. Econ. Theory*, 1973.
- [3] 本間正明 「利子学説の一断面；サミュエルソンの生物学的利子理論と時差説について」『大阪大学経済学』第24巻第4号, 1975.
- [4] Lerner, A. P., "Consumption-Loan Interest and Money" and "Rejoinder," *Jour. Pol. Econ.*, October, 1959.
- [5] Samuelson, P. A., "An Exact Consumption-Loan Model of Interest with or without the Social Contrivance," *Jour. Pol. Econ.*, December, 1959.
- [6] _____, "The Two-Part Golden Rule Deduced as the Asymptotic Turnpike of Catenary Motions," *Western Economic Journal*, March, 1968.

25) サミュエルソン〔7〕参照。

(7) _____, "Optimal Social Security in a Life Cycle Growth Model," *International Economic Review*, October, 1975.

(8) 高田保馬 「利子論」, 昭和12年。

付 録

生物学的利子率達成のために必要とされる税率を数値例でもって示してみよう、本問(3)では、生物学的利子率が成立する条件は、人口成長率と時間選好率が以下の数値の時であった。

人口成長率	時間選好率
$m = -0.02$	$\delta > 1.28$
$m = -0.01$	$\delta > 1.29$
$m = 0.00$	$\delta > 1.30$
$m = 0.01$	$\delta > 1.31$
$m = 0.02$	$\delta > 1.33$
$m = 0.03$	$\delta > 1.34$

上の数値例では、時間選好率 $\delta = 1.00$ 、あるいは $\delta = 1.20$ のときは、生物学的利子率は成立しないことがわかる。しかし、われわれの再分配ルールを使って世代間所得再分配を行えば、これらの場合にも生物学的利子率の成立が可能となる、上と同じように数値例で示してみよう。

(2)式のルール $T \geq \frac{W_0(3+\delta) - \frac{W_1}{1+m}(2\delta+\delta^2)}{3+3\delta+\delta^2}$ において、 $W_0 = W_1 = 1$ として各々の m の値と $\delta = 1.00$, $\delta = 1.20$ を代入する。

人口成長率	時間選好率	税 率
$m = -0.02$	$\delta = 1.00$	$T = 0.134$
	$\delta = 1.20$	$T = 0.035$
$m = -0.01$	$\delta = 1.00$	$T = 0.139$
	$\delta = 1.20$	$T = 0.040$
$m = 0.00$	$\delta = 1.00$	$T = 0.143$
	$\delta = 1.20$	$T = 0.045$
$m = 0.01$	$\delta = 1.00$	$T = 0.147$
	$\delta = 1.20$	$T = 0.050$

$m=0.02$	$\delta=1.00$	$T=0.151$
	$\delta=1.20$	$T=0.054$
$m=0.03$	$\delta=1.00$	$T=0.155$
	$\delta=1.20$	$T=0.059$

上の表から例えば、人口成長率が3パーセントで時間選好率が100パーセントの場合には、若い世代の個人の所得 $W_0=1$ に対して、15.5パーセント以上の率で課税して再分配することによって生物学的利子率を達成できる。

数 学 付 録

I (16)式の導出について

(12)~(14)式を(15)式へ代入すると

$$B_0(1+m)^t[W_0-T-C_0(t)]+B_0(1+m)^{t-1}[W_1+(1+m)T-C_1(t)] \\ +B_0(1+m)^{t-2}[-C_2(t)]=0$$

上式を $B_0(1+m)^{t-2}$ で除して(6)~(8)を適用すると

$$(1+m)^2\left[W_0-T-\frac{1}{1+\beta+\beta^2}\{W_0-T+(W_1+(1+m)T)R_t\}\right] \\ +(1+m)\left[W_1+(1+m)T-\frac{\beta}{1+\beta+\beta^2}\{W_0-T+(W_1+(1+m)T)R_{t-1}\}-\frac{1}{R_{t-1}}\right] \\ -\frac{\beta^2}{1+\beta+\beta^2}\left[W_0-T+\{W_0-T+(W_1+(1+m)T)R_{t-2}\}\frac{1}{R_{t-1}R_{t-2}}\right]=0$$

$X=\frac{1}{1+m}$ において R_t について整理すれば(16)式が求められる。

II (18)式の動学方程式が、その最大固有根に収束することは、本間(3)で展開されている通りである。(16)式で $\left[\left(\frac{W_0-T}{W_1X+T}\right)(\beta+\beta^2)X+(1+\beta^2)X\right]=A_1$

$-\left[\left(\frac{W_0-T}{W_1X+T}\right)\beta X^2+\beta^2 X^2\right]=A_2$, $-\beta^2 X^3=A_3$ において

$R_t=A_1+\frac{A_2}{R_{t-1}}+\frac{A_3}{R_{t-1}R_{t-2}}$ となり、 $R_t=\lambda$ とおくと $\lambda^3-A_1\lambda^2-A_2\lambda-A_3=0$ となり、

本間(3)と全く同一の手続きで証明される。

III 再分配ルール(22)式の導出について、

(20)式に(21)式を代入すると

$$X \geq \frac{1}{2} \left\{ \left(\frac{W_0-T}{W_1X+T} \right) (\beta+\beta^2)X + \beta^2 X \right. \\ \left. + \sqrt{\left\{ \left(\frac{W_0-T}{W_1X+T} \right) (\beta+\beta^2)X + \beta^2 X \right\}^2 + 4 \left(\frac{W_0-T}{W_1X+T} \right) \beta^2 X^2} \right\}$$

右辺の第一項を移項して二乗して T に関して解くと

$$T \geq \frac{W_0(\beta + 2\beta^2) - W_1X(1 - \beta^2)}{1 + \beta + \beta^2}$$

$\beta = \frac{1}{1+\delta}$, $X = \frac{1}{1+m}$ とおくと(28)式が求められる。

〔追記〕

この小論に対し、有益な御教示をいただきました山田浩之（京都大）、本間正明（大阪大）両先生に感謝いたします。勿論、残存するかもしれない誤りは全て、筆者に責任あることはいうまでもありません。